Colegio Tecnológico Pulmahue
Coordinación Académica

PLAN DE TRABAJO DE 4° MEDIO. DIFERENCIADO guía 6.

Estimados estudiantes junto con saludar, y esperando cuiden su salud en estos momentos que vive el país, envío estas guías, en la que se explica el contenido, ejercicios resueltos y propuestos.
Esperando apoyar sus prácticas diarias.
Se despide cordialmente.

Profesora: *Jenny Matos Reyes.*
Profe de Matemática.

Entrega de guía 6 jueves 11/06/2020

Objetivo de Aprendizaje:

- *Recordar procedimientos generales para la división de polinomios usando la Regla de Ruffini.*

Unidad 1: Polinomios.

Inicio.

En esta guía 6 se Explica nuevamente el método de Ruffini para reforzar.

RECORDAR

Regla de Ruffini para resolver ecuaciones y factorizar
La **regla de Ruffini** se utiliza para resolver ecuaciones de tercer grado o mayor.
Con la **regla de Ruffini**, solamente se obtienen **las soluciones reales**. Si la ecuación tiene soluciones imaginarias o complejas, éste método no es válido.
Veremos que para obtener las soluciones de la ecuación, previamente hay que factorizar, por lo que con el mismo ejemplo explicaremos ambos conceptos.

OBSERVA Y ANALIZA.

Vamos a resolver un ejemplo explicando paso por paso.

Tenemos la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{x^3+2x^2-x-2=0}$$

1 – Identificamos los **coeficientes de cada término**, que son los números que van delante de la incógnita. Para la ecuación anterior, los represento en verde para identificarlos:

$$\mathbf{1}x^3+\mathbf{2}x^2-\mathbf{1}x-\mathbf{2}=\mathbf{0}$$

2 – Trazamos dos líneas perpendiculares de esta forma:

3 – Colocamos los coeficientes **ordenados por su grado de mayor o menor**:

Grado	3	2	1	0
	1	**2**	**-1**	**-2**

En la **regla de Ruffini**, el grado va disminuyendo de 1 en 1 y cada grado tiene su lugar. Por ejemplo si no tuviéramos ningún término que tenga x², en el lugar del grado 2, se colocaría un 0.

Los números que hemos escrito hasta ahora en el método de Ruffini, es equivalente a escribir la ecuación, es decir:

$$1\quad +2\quad -1\quad -2 \leftrightarrow \mathbf{1}x^3+\mathbf{2}x^2-\mathbf{1}x-\mathbf{2}=\mathbf{0}$$

4 – Ahora escribimos un número a la izquierda de la línea vertical. Más adelante explicaremos qué número colocar aquí y por qué. De momento, empezamos con el 1.

Ese número corresponde al número (a) del binomio x – a:

	1	**2**	**-1**	**-2**
1				

En este caso, escribir ahí un 1, significa el binomio (x – 1) en el método de Ruffini:

$$1 \leftrightarrow x-\mathbf{1}=\mathbf{0}$$

5 – Empezamos a ejecutar el método. El **primer espacio** de la segunda fila, **siempre se deja libre**:

	1	**2**	**-1**	**-2**
1				

Espacio vacío

6 – Se hace la suma de la **primera columna** y el resultado se pone abajo:

	1	**2**	**-1**	**-2**
1				
	1			

Se suma esta columna

7 – Se multiplica el número de la izquierda por el resultado de la suma de la primera columna. El resultado se coloca en el espacio de la **segunda columna**:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & & 1 & & \\ \hline & 1 & & & \end{array}$$

Se multiplican estos números y se colocan allí

8 – Se realiza la suma de la **segunda columna**:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & \boxed{2} & -1 & -2 \\ 1 & & \boxed{1} & & \\ \hline & 1 & \boxed{3} & & \end{array}$$

Se realiza esta suma

9 – Se multiplica el número de la izquierda por el resultado de la suma de la segunda columna. El resultado se coloca en el espacio de la **tercera columna**:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & & 1 & 3 & \\ \hline & 1 & 3 & & \end{array}$$

Se multiplican estos dos números y el resultado se coloca allí

10 – Así sucesivamente hasta completar todas las columnas:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 2 & -1 & -2 \\ 1 & & 1 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 3 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

El objetivo es que **en la última columna tengamos un 0**.

La forma de hallar el número a utilizar para probar es la siguiente: Se descompone el término independiente en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 2 & \mathbf{2} \\ \mathbf{1} & \end{array}$$

Se debe probar con los factores primos hallados y los productos entre ellos, incluyendo el número 1, y con signo positivo y negativo.

Si no tenemos un cero, tendríamos que **probar con otro número** a la izquierda de la línea vertical y **reiniciar el proceso**.

Una vez hemos obtenido un cero al final, vamos a ver **qué significa** lo que tenemos hasta aquí:

	1	**2**	**-1**	**-2**
1		**1**	**3**	**2**
	1	**3**	**2**	$\boxed{\mathbf{0}}$
Grado	2	1	0	

Lo que nos ha quedado en la última fila es otra ecuación, pero ahora, el número que está a la izquierda del 0, tiene grado 0 y éste va aumentando de 1 en 1 hacia la izquierda. En este caso, nos queda lo **equivalente** a tener esta ecuación:

$$1\ \ 3\ \ 2 \leftrightarrow x^2 + \mathbf{3}x + \mathbf{2}$$

Y como hemos visto antes, el 1 a la izquierda de la línea vertical significaba:

$$1 \leftrightarrow x - \mathbf{1} = \mathbf{0}$$

Lo que quiere decir que lo que tenemos hasta ahora es el **producto de esas dos ecuaciones**, que es igual a la ecuación original:

$$\boldsymbol{x^3 + 2x^2 - x - 2} = (x^2 + 3x^2 + 2)(\boldsymbol{x} - \mathbf{1})$$

11 – Con la fila que nos ha quedado, **volvemos a empezar**. Empezamos probando con el 1:

	1	**2**	**-1**	**-2**
1		**1**	**3**	**2**
	1	**3**	**2**	$\boxed{\mathbf{0}}$
1				

12 – Igual que antes, vamos multiplicando con el resultado de sumar en cada columna:

	1	**2**	**-1**	**-2**
1		**1**	**3**	**2**
	1	**3**	**2**	$\boxed{\mathbf{0}}$
1		**1**	**4**	
	1	**4**	$\boxed{\mathbf{6}}$	**No es cero**

Al final tenemos un 6, y lo que queremos es tener un cero. Por tanto, de acuerdo a lo visto anteriormente, **debemos seguir probando**, con -1, con 2, con -2… hasta encontrar el número que nos haga tener un cero en la última columna.

El número que nos hace tener un 0 al final es el -2:

	1	**2**	**-1**	**-2**
1		**1**	**3**	**2**
	1	**3**	**2**	$\boxed{\mathbf{0}}$
-2		**-2**	**-2**	
	1	**1**	**0**	

¿Y ahora qué hacemos? ¿Cómo sabemos que hemos terminado?

El mayor grado de la última fila es 1, por tanto hemos terminado:

	1	**2**	**-1**	**-2**
1		**1**	**3**	**2**
	1	**3**	**2**	**0**
-2		**-2**	**-2**	
	1	**1**	**0**	
Grado	1	0		

El resultado de la factorización de la ecuación por el método de Ruffini es el producto de la última fila y de los números que están a la izquierda de la línea vertical, pero expresados en forma de ecuación:

$$1 \leftrightarrow x - \mathbf{1} = \mathbf{0}$$
$$-2 \leftrightarrow x - (\mathbf{-2}) = \boldsymbol{x} + \mathbf{2}$$
$$1 \quad 1 \leftrightarrow x + \mathbf{1}$$

Por tanto, nuestra ecuación será:

$$\boldsymbol{x^3 + 2x^2 - x - 2} = (\boldsymbol{x} + \mathbf{1})(\boldsymbol{x} + \mathbf{2})(\boldsymbol{x} - \mathbf{1})$$

Hasta aquí hemos **factorizado la ecuación**. Ahora vamos a resolverla:
1 – Igualamos a 0, tal y como estaba en un principio

$$\boldsymbol{x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 2)(x - 1) = 0}$$

2 – Recuerda que cuando una multiplicación de dos o más factores tiene como resultado 0, quiere decir que uno de los factores es 0, ya que cualquier valor multiplicado por 0 es 0. Por tanto, cualquier factor podría ser 0.
Nos quedan tres ecuaciones de primer grado para despejar, de donde obtenemos **las tres soluciones** (ya que es una ecuación de tercer grado):

$$\boldsymbol{x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1}$$
$$\boldsymbol{x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2}$$
$$\boldsymbol{x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1}$$

Soluciones: -1, -2 y 1

La Regla de Ruffini para Dividir entre Binomios de la forma x-a

Cuando nos pidan dividir un polinomio entre un binomio de la forma (x – a), entonces aplicamos **la regla de Ruffini** con el número del binomio, **una sola vez**.
Por ejemplo, nos piden realizar la siguiente división:

$$\frac{\boldsymbol{x^3 + 2x^2 - x - 2}}{x - 2}$$

Como el denominador x-2, es decir, es de la forma x-a, utilizamos la regla de Ruffini.
Esta vez, el número que tenemos que colocar a la izquierda de la línea vertical es 2 (**la a de x-a**) y **no tenemos que preocuparnos de si tenemos un cero en la columna final** o no. El resultado que nos dé, será el resto de la división:

	1	**2**	**-1**	**-2**
2		**2**	**8**	**14**
	1	**4**	**7**	**12**
Grado	2	1	0	**Resto**

El cociente de la división será el polinomio formado por los coeficientes de la última fila:

$$C_{(x)} = \boldsymbol{x^2 + 4x + 7}$$

Y el resto será el último elemento de la última fila:

$$R_{(x)} = \mathbf{12}$$

EJERCITAR Analiza y Resuelve en tu cuaderno.

Factorizar:

a) $x^3 - 28x + 48 = 0$
b) $x^3 + x^2 - 17x + 15 = 0$

Dividir:

a) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$ entre $x - 3$
b) $2x^3 - 13x^2 + 6x + 45$ entre $x - 5$

- ✓ Ante cualquier duda o consulta comunicarse a través de correo: pulmahue.matematica.jbm@gmail.com

- ✓ Usa como bibliografía tu libro de matemática. Consulta en esta pag. Web. https://www.curriculumnacional.cl Aprendo en línea.